

L'EXPÉRIENCE DE L'HOMME QUI N'ÉTAIT RIEN

Synthèse

Le nombre triangulaire - aide-mémoire simplifié

Idiome : « *Système construit pour faire débattre inutilement par la prétention de la connaissance sans questionner le fondement de son ignorance en raison d'une illusion émotive dans laquelle sont enfermés les gens pour mieux être contrôlés et abusés; un crime classique ou cosmique déguisé en vertu suivant l'excuse que c'est pour nous rendre service.* »

Idiot : « *Celui qui par orgueil est incapable de reconnaître qu'il ne sait pas qu'il ne sait pas et qui ne s'en soucient guère, préférant moquer les autres par sa certitude que la terre est ronde sans jamais l'avoir vérifié lui-même, clamant l'évidence de sa position émotive sur celle de sa vedette télé-spirituelle préférée, sur ce que lui dit de répéter ses études de la physique universitaire ou bien sur le statut fictif que lui rapporte le salaire d'un emploi ou d'une entreprise qui le possède.* »

Je n'avais pas d'autre choix que de cesser d'être dirigé par cet idiome, donc d'être un idiot et d'en fournir la preuve à mes enfants.

Contexte

Cet événement est survenu par un soir d'automne de 2024, alors que ma fille la plus jeune et moi-même, nous nous consacrons à ses devoirs de 5^e année du primaire après notre souper de semaine.

Alors que je survolais cette notion que je ne me rappelais pas avoir apprise, malgré mes nombreuses années d'études en la matière, j'ai donc décidé de questionner ma fille pour voir si elle la comprenait. Elle me répondit alors de façon honnête et perspicace mais pas nécessairement dans cet ordre... ni d'une façon aussi synthétique : « Non papa, je ne comprends pas vraiment. C'est quoi un nombre triangulaire? ça sert à quoi? et comment je fais pour savoir si un nombre donné en est un? »

Je voulais lui répondre immédiatement mais, au-delà de bien comprendre la définition, je ne faisais aucun autre lien pertinent, je ne savais pas. C'était pourtant simple, de niveau primaire. Mais qui sait expliquer les choses simples de son monde? Et qui a le temps et l'argent pour pouvoir le faire sereinement, ne luttant plus contre la servitude du « manque de » ou du « ça ne se peut pas » imposée par celle des autres...

Les lignes de mes mains étaient pourtant les bonnes, je vivais bien cette synchronicité des nombres ou des heures miroirs avec l'apparition constante de ce fameux nombre 17; j'avais bien toutes ces douleurs chroniques dans tout le corps; mais non rien, aucune révélation ou aide précise d'un

quelconque double, guide ou contact cosmique nécessitant mon abonnement internet; il me fallait procéder comme à l'habitude par essais et erreurs avec un intellect égoïque supposé inférieur mais inspiré par sa source.

Ça m'a pris environ trois semaines de griffonnages pour trouver la solution, générant sur ce chemin classique de l'accomplissement les multiples états de frustration et d'excitation associés. Cette psychologie de base d'un être qui subit et observe les limites qui lui sont imposées en essayant de les dépasser.

N'étant plus un mathématicien pratiquant depuis fort longtemps et jamais devenu officiellement ce qu'on appelle un professionnel accrédité aux yeux de la société ou de son environnement immédiat, je n'étais donc pas qualifié pour répondre à cette question et encore moins breveté à l'enseigner; ce qui m'aurait donné le permis, la licence ou le droit de le faire dans ce monde du commerce et du contrôle de tout ce qui n'est pas autonome; afin d'entretenir le salaire et le train de vie de tous ces bureaucrates mentalement déséquilibrés qui priorisent le fait de répéter et d'imposer leur solution admise sur papier à la capacité pratique de démontrer son inefficacité.

Dans ce genre de situation, des thèses totalement absurdes et incohérentes vont alors prendre le dessus. Un peu comme cette interprétation canonique biblique qui propose que le père engendre seul le fils, contrairement à ce que nous vivons et observons sur le plan physique; la mère est absolument nécessaire à tous ceux qui naissent naturellement sur cette planète. Alors pourquoi cette dichotomie, cette inversion des rôles et des genres? C'est quoi cette église basée sur la tolérance de toute créant l'injustice qui soutient jusqu'aux mercenaires qui tuent pour de l'argent ou aux abuseurs d'enfants pour qu'un peuple ou certains individus puissent se sentir élus au point de croire que l'univers est une banque qui leur appartient?

J'ai donc vu dans ce concept du nombre triangulaire un autre exemple pour en détruire la prémisse et compétitionner l'influence sur mes filles de cette société volontairement construite pour restreindre leurs moyens, leur temps et leur intérêt à faire l'effort de savoir par elles-mêmes, confiner à la logique du métro, école, divertissement rapide axé sur la sexualité et la popularité et dodo.

Tout cela se coordonnant avec mon processus pour le changer et régler définitivement toute la question du patrimoine de l'être vivant et de son statut légal et légitime dans les juridictions de l'eau, de l'air et de la terre (« LAW : Land, Air, Water ») et celle occultée de l'éther, afin de rétablir tout notre potentiel de temps et de ressources sans que cela ne soit plus contesté collectivement par quiconque suivant le même principe, le même état d'esprit que j'avais appliqué pour résoudre cette question du nombre triangulaire; neutraliser toute force qui me contraignait à l'ignorance.

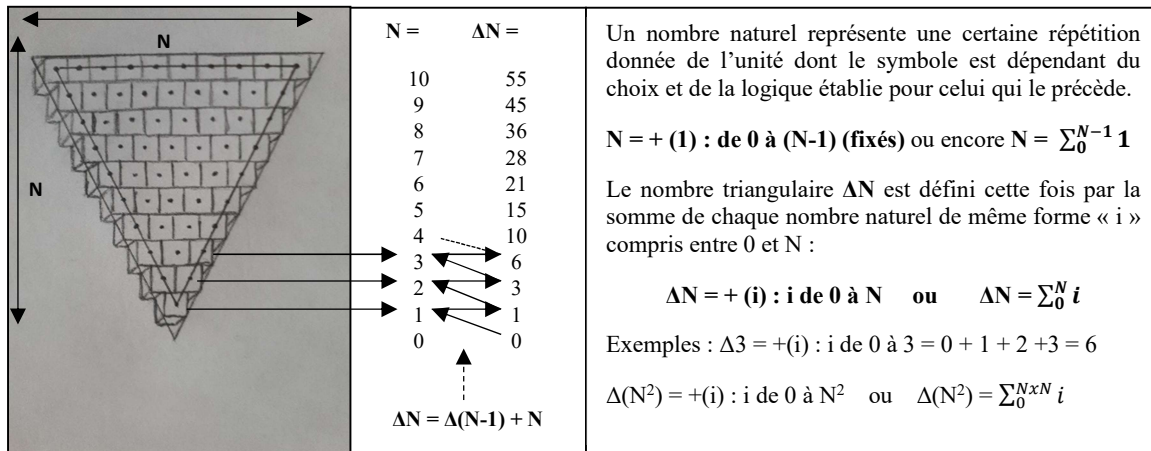
Plus de débat émotif avec mon être inconscient insouciant ou avec mon être conscient, missionnaire spirituel manipulé par son illumination prétentieuse qui impose le « je pense que » ou le « je crois que » de son ignorance pour chaperonner le monde; seulement cet être « scient » qui impose le respect, la paix et l'harmonie parce qu'il sait absolument que ou qu'il ne sait pas, le disant et le prouvant ouvertement à qui le demande.

Donc, qu'est-ce qu'un nombre triangulaire? ça sert à quoi? et comment je fais pour savoir si un nombre donné en est un? Voici la réponse exhaustive donnée à ma fille et à laquelle elle ne s'attendait certainement pas; avec les quelques traces pour me rappeler que maintenant je le sais.

La preuve que : ça fonctionne...

« Ma très chère fille, voilà ce que j'ai appris. À chaque nombre naturel N correspond un nombre triangulaire ΔN qui, par définition, est le résultat de l'addition de tous les nombres naturels de zéro jusqu'à ce nombre N . Il tire son nom du triangle ou de la pyramide de largeur et de hauteur N qui va apparaître, en plaçant une par-dessus l'autre, comme dans un jeu de blocs, chaque couche de cubes ou de points associés à chacun des nombres qui se succèdent tout naturellement de 0, 1, 2, 3, ... jusqu'au nombre N choisi.

Le nombre total de cubes ou de points nécessaires pour construire ce triangle ou cette pyramide est ce nombre triangulaire associé à N , peu importe l'échelle de grandeur. Et comme nous retrouvons dans notre passé des constructeurs de pyramides un peu partout dans le grand canyon de la planète, pas seulement en Égypte, voilà un brin d'histoire qui peut expliquer son enseignement. »



« J'ai ensuite trouvé une formule générale simple qui permet de le calculer en moins d'opérations. Elle utilise les sous-suites de chiffres qui composent tout nombre N à l'écrit, chiffres qui correspondent dans notre cas présent aux coefficients des puissances de la base 10. »

Observation initiale :

Supposons $N = 123 = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$ sachant que $10^0 = 1$ et $10^1 = 10$ et $10^2 = 10 \times 10 = 100$ (puissance 2 de 10); en posant $a_2 = 1$, $a_1 = 2$ et $a_0 = 3$ et en notant que l'indice i de la lettre « a_i » correspond à la position de la puissance 10 associée; j'ai observé le schéma général suivant :

$$\Delta N = (a_2 a_1) \times \Delta 10 + a_0 \times (a_2 a_1) \times 10 + 10^2 \times \Delta[(a_2 a_1) - 1] + \Delta a_0$$

$$\begin{aligned}
\Delta 123 &= 12 \times 55 + 3 \times 12 \times 10 + 100 \times (\Delta 11) + 6 \\
&= 660 + 360 + 100 \times (\Delta 10 + 11) + 6 \\
&= 1026 + 100 \times (55 + 11) \\
&= 1026 + 6600 \\
&= 7626 \text{ blocs unitaires nécessaires pour construire la pyramide } \Delta
\end{aligned}$$

De même, pour un multiple quelconque d'une puissance de 10, j'obtenais une formule répétitive telle que, par exemple :

$$\begin{aligned}
\Delta 200 &= \Delta (2 \times 10^2) = 2 \times \Delta 10^2 + 10^{2 \times 2} \times \Delta (2 - 1) \\
&= 2 \times \Delta 100 + 10^4 \times \Delta 1 \\
&= 2 \times 5050 + 10\,000 \times 1 \\
&= 20\,100 \text{ blocs unitaires nécessaires pour construire } \Delta
\end{aligned}$$

J'ai ensuite validé leur généralisation telle que pour tout nombre N exprimé comme une suite de coefficients de puissances de 10

$$\begin{aligned}
N &= + (a_i \times 10^i) : i \text{ de } 0 \text{ à } k, \text{ avec } a_k \neq 0 \text{ et } 0 \leq a_i \leq 9 \\
&= a_k \times 10^k + a_{(k-1)} \times 10^{(k-1)} + a_{(k-2)} \times 10^{(k-2)} + \dots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0 \\
&= a_k a_{(k-1)} a_{(k-2)} \dots a_1 a_0 \text{ (concaténation de chiffres formant un nombre)}
\end{aligned}$$

alors on a bien que

$$\Delta N = (a_k a_{(k-1)} a_{(k-2)} \dots a_1) \times \Delta 10 + a_0 \times (a_k a_{(k-1)} a_{(k-2)} \dots a_1) \times 10 + 10^2 \times \Delta [(a_k a_{(k-1)} a_{(k-2)} \dots a_1) - 1] + \Delta a_0$$

avec le cas particulier où $N = a_k \times 10^k = a_k 00 \dots 0$ (0 répété k fois) et $k \geq 0$

$$\Delta N = \Delta(a_k \times 10^k) = a_k \times \Delta 10^k + \Delta(a_k - 1) \times 10^{2 \times k}$$

Ensuite, comme ces deux formules impliquaient de connaître la valeur d'un nombre triangulaire inférieur mais encore difficile à calculer, l'idée était de répéter la décomposition jusqu'à ce que la

formule puisse s'exprimer en fonction de valeurs plus simples déjà connues; dans le cas présent les 10 premiers nombres triangulaires.

Et au cours de mes nombreuses tentatives incongrues pour me le figurer, l'intérêt de développer une notation pour exprimer plus simplement certaines sous-suites caractéristiques provenant des chiffres qui composent N lui-même s'est vite manifesté.

Ainsi, suivant notre façon habituelle d'écrire de la gauche vers la droite et en posant que les chiffres de N sont représentés par $N = a_k a_{(k-1)} a_{(k-2)} \dots a_1 a_0 : a_k \neq 0$ et $0 \leq a_i \leq 9$ avec k désignant la plus grande puissance de 10 tel que pour tout indice supérieur à k, les coefficient « a_i » sont tous nuls, j'ai fixé un ordre de grandeur des indices tels que $0 \leq j \leq s \leq k$ et j'ai défini deux types de nombres génériques référant à des sous-suites des chiffres formant N tel que

$$N^s_j = [+ (a_t \times 10^{(t-j)}) : t \text{ de } j \text{ à } s] = a_s a_{(s-1)} a_{(s-2)} \dots a_j$$

et

$$N^j_s = (a_s \times 10^{s-j}) = a_s 00 \dots 0_{((s-j) \text{ fois } 0)}$$

Note qu'il faut se rappeler que la puissance (s-j) de 10 signifie de multiplier (s-j) fois 10 par lui-même ou encore d'ajouter (s-j) fois 0 après le chiffre 1. Évidemment ce choix n'est pas un hasard et pourrait être différent ou amélioré, il se coordonne simplement avec les formes observées dans la recherche des formules générales précédentes. On déduit de cette définition que

$$N^s_j \leq N \quad N^j_s \leq N \quad N^k_0 = N \quad N^0_k = a_k \times 10^k \quad N^i_i = a_i \quad N^{k+1}_{k+1} = a_{k+1} = 0$$

et par exemple si

$$N = N^9_0 = a_9 a_8 a_7 a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0 = 123\,456\,789$$

alors

$$N^9_1 = a_9 a_8 a_7 a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 = 12345678$$

$$N^9_2 = a_9 a_8 a_7 a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 = 1234567$$

...

$$N^9_9 = a_9 = 1$$

$$N^8_9 = a_9 \times 10^1 = 10$$

$$N^7_9 = a_9 \times 10^2 = 100$$

...

$$N^0_9 = a_9 \times 10^9 = 1\,000\,000\,000$$

$$N^6_8 = a_8 \times 10^2 = 200 \quad \text{et} \quad N^8_6 = a_8 a_7 a_6 = 234 \quad \text{etc.}$$

Maintenant, sans élaborer plus avant, mais parce que cela va s'avérer utile un peu plus loin, cette notation me permettait de faire un genre de pont entre l'addition de nombres et leur suite générique de coefficients associés, ce qui tend à confondre l'esprit par le jeu d'association qu'il faut faire:

$$\text{Posons } N = 321 = N^2_0 = a_2 a_1 a_0 = [+ (a_t \times 10^t) : t \text{ de } 0 \text{ à } 2] = 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

alors

$$N^0_0 = a_0 = 1 \quad N^0_1 = a_1 0 = 20 \quad N^1_1 = a_1 = 2 \quad N^1_0 = a_1 a_0 = 21 \quad N^0_2 = a_2 00 = 300$$

et

$$N^0_0 + N^0_1 = a_0 + a_1 0 = a_1 a_0 = 1 + 20 = 21 = N^1_0$$

Or cette somme revient simplement à exprimer la décomposition en puissance 10 utilisée initialement sous une forme plus synthétique mais est valide de façon générale pour tout nombre.

$$\begin{aligned} N^2_0 &= a_2 a_1 a_0 = a_1 a_0 + a_2 00 = N^1_0 + N^0_2 = 21 + 300 = (N^0_0 + N^0_1) + N^0_2 = 1 + 20 + 300 = 321 \\ &= + (a_t \times 10^t) : t \text{ de } 0 \text{ à } 2 \end{aligned}$$

L'étape subséquente serait de valider l'existence de règles et de propriétés générales d'addition relevant de la notation elle-même:

$$(N^1_0) + (N^2_1) = (N^0_1 + N^0_0) + (N^1_2 + N^1_1) = (N^0_1 + N^1_2 + N^0_0 + N^1_1) = (N^0_1 + N^1_2) + (N^0_0 + N^1_1) = \dots$$

C'est donc après de multiples tentatives reprenant la logique itérative des formules précédentes que j'ai trouvé la formule générale recherchée. Et pour la synthétiser de façon rigoureuse, j'ai d'abord utilisé la notation usuelle de somme de puissances. Cependant, cette écriture m'éloignait de la

simplicité observée en pratique et m'imposait un plus grand effort d'interprétation à la lecture; bien qu'à un moment donné, un minimum d'effort de notre part est nécessaire :

$$\Delta N = + [((a_t \times 10^{t-(i+1)}) : t \text{ de } (i+1) \text{ à } k) \times (a_i \times 10 - \Delta 9) + \Delta a_i) \times 10^{2 \times i}] : i \text{ de } 0 \text{ à } k$$

Et c'est ici que la notation développée prenait tout son sens. En effet, grâce à cette dernière, je pouvais substituer l'expression $(+ (a_t \times 10^{t-(i+1)}) : t \text{ de } (i+1) \text{ à } k)$ par le simple terme N_{i+1}^k dont je savais qu'il désignait la sous-suite $(a_k \ a_{(k-1)} \ a_{(k-2)} \dots \ a_{i+1})$ des chiffres de N devant être utilisée sous cette forme dans le calcul; et au final, j'obtenais une formule élégante qui contenait en elle-même toute l'information nécessaire à son interprétation :

$$\Delta N = + [(N_{(i+1)}^k \times (N_i^i \times 10 - \Delta 9) + \Delta N_i^i) \times 10^{2 \times i}]$$

$$: i \text{ de } 0 \text{ à } k : 0 \leq a_i \leq 9 : N_i^k = a_k \ a_{(k-1)} \dots \ a_i : N_0^k = N : N_{k+1}^k = 0$$

Et en généralisant encore plus, je pouvais supposer que pour une quelconque suite infinie de nombres donnés $N_{(\dots)} = (\dots \ a_{k+1} \ a_k \ a_{(k-1)} \dots \ a_1 \ a_0)$ que chaque nombre triangulaire des sous suites des chiffres associés s'obtenait par la formule suivante :

$$\Delta N_j^s = + [(N_{(i+1)}^{(s)} \times (N_i^{(i-1)} - \Delta 9) + \Delta N_i^i) \times 10^{2 \times (i-j)}]$$

$$: i \text{ de } j \text{ à } s : N_i^s = a_s \ a_{(s-1)} \dots \ a_i : 0 \leq a_i \leq 9 : N_i^{(i-1)} = a_i \times 10^{i-(i-1)} : N_{s+1}^s = 0$$

avec le cas particulier $s = k$ et $j = 0$ tel que je retrouve $N_0^k = N$ fixé au départ. Cependant, en pratique, il est plus simple de considérer chaque sous-suite comme un nouveau nombre N et de réappliquer la formule.

Maintenant, en reprenant l'exemple de départ $N = 123$, j'ai le choix de faire 123 opérations successives d'addition de par la définition du nombre triangulaire

$$\Delta(123) = 0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 123 = 7726$$

ou bien, grâce à la nouvelle formule, d'effectuer, comme pour tous les nombres à trois chiffres d'ailleurs, 17 opérations consistant en 2 additions de 3 termes généraux obtenus après avoir complété pour chacun, 5 opérations explicitées (x, x, -, +, x); ne comptabilisant pas la forme avec l'exposant.

$$\Delta(N_0^2) = + [(N_{(i+1)}^k \times (N_i^i \times 10 - \Delta 9) + \Delta N_i^i) \times 10^{2 \times i}] : i \text{ de } 0 \text{ à } 2$$

$$\begin{aligned}\Delta(N^2_0) = & [((N^2_1) \times ((N^0_0) \times 10 - 45) + \Delta N^0_0) \times 10^0] \\ & + [((N^2_2) \times ((N^1_1) \times 10 - 45) + \Delta N^1_1) \times 10^2] \\ & + [((N^2_3) \times ((N^2_2) \times 10 - 45) + \Delta N^2_2) \times 10^4]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta(123) = & [((12) \times ((3) \times 10 - 45) + \Delta 3) \times 10^0] \\ & + [((1) \times ((2) \times 10 - 45) + \Delta 2) \times 10^2] \\ & + [((0) \times ((1) \times 10 - 45) + \Delta 1) \times 10^4]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta(123) = & [(12 \times (30 - 45) + \Delta 3) \times 1] \\ & + [(1 \times (20 - 45) + \Delta 2) \times 100] \\ & + [(0 \times (10 - 45) + \Delta 1) \times 10\,000] \\ \\ = & [-174] + [-2200] + [10\,000]\end{aligned}$$

= **7 726** blocs unitaires nécessaires pour construire la pyramide Δ

« Dès lors, j'ai eu l'idée de programmer grossièrement cette formule dans un chiffrier informatique pour te donner accès à un outil de calcul te permettant de vérifier rapidement si ce que je te dis est exact sans que tu passes par tout le travail mathématique.

Grâce à ce dernier, j'ai pu saisir une méthode pour répondre à ta question du comment savoir si un nombre naturel M est lui-même un nombre triangulaire, c'est-à-dire s'il existe un nombre N tel que son nombre triangulaire ΔN est égal à M ou encore, que M est le résultat de l'addition des nombres naturels de 0 jusqu'à N .

En effet, grâce à la rapidité des calculs, il devenait simple de trouver directement si ce nombre N existe en appliquant une méthode itérative pour arriver à construire l'inégalité suivante $\Delta N \leq M < \Delta(N+1)$; M étant un nombre triangulaire seulement dans le cas de l'égalité. »

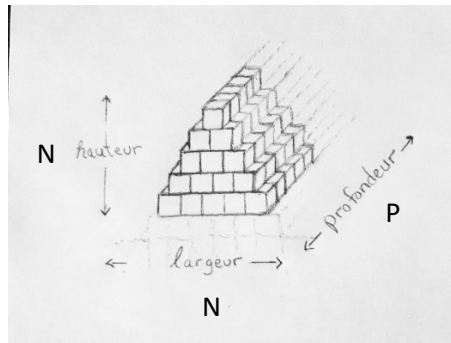
Principe appliqué:

1^{re} étape – Soit M un nombre naturel, établir la puissance k de 10 tel que l'inégalité suivante $\Delta(1*10^k) \leq M < \Delta(1*10^{k+1})$ est observée sachant que les nombres triangulaires de la forme $\Delta(1*10^i) = 50\dots050\dots0 = (5(i-1 \text{ fois } 0)5(i-1 \text{ fois } 0)) = (5*10^{i-1})$ concaténée à $(5*10^{i-1})$. Exemples : $\Delta 10 = 55$; $\Delta 100 = 5050$; $\Delta 1000 = 500500$; etc.

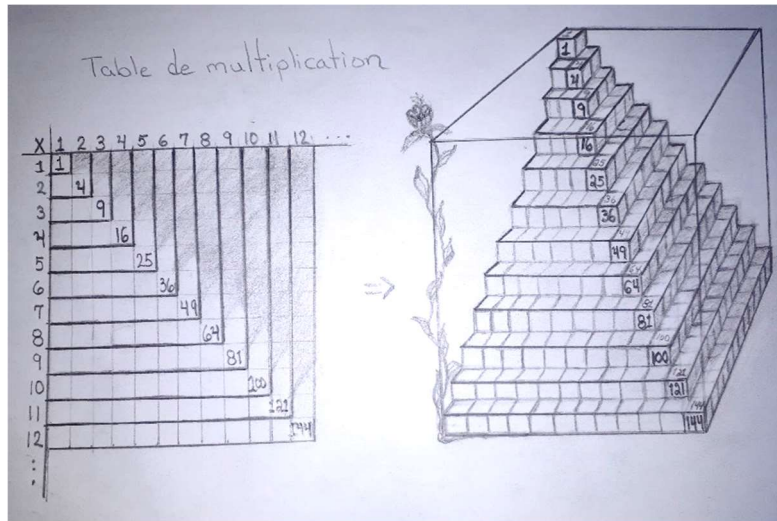
2e étape – Développer les termes génériques de la formule $\Delta N^{k_0} = + [(N^{k_{(i+1)}} \times (N^{(i-1)} - \Delta 9) + \Delta N^i) \times 10^{2 \times i}] : i \text{ de } 0 \text{ à } k$ et poser initialement $N^k_0 = (a_k 0000 \dots 0)$ en cherchant la valeur maximale « a_k » entre 0 et 9 tel que $\Delta N^k_0 \leq M$ et fixer cette valeur comme premier chiffre du nombre N recherchée. Poser ensuite $N^k_0 = (a_k a_{k-1} 000 \dots 0)$ et trouver la valeur maximale « a_{k-1} » entre 0 et 9 tel que $\Delta N^k_0 \leq M$ et fixer cette valeur comme second chiffre du nombre N recherché. Répéter le processus jusqu'à « a_0 » pour obtenir au final $N^k_0 = (a_k a_{k-1} \dots a_0)$ tel que $\Delta N^k_0 < M < \Delta(N^k_0 + 1)$ ou bien $\Delta N^k_0 = M$.

« Et au lieu de m'arrêter là, j'ai décidé de pousser quelque peu cette idée de constructions pyramidales alors que j'observais graphiquement que de multiplier un nombre triangulaire ΔN donné par n'importe lequel autre nombre naturel, disons « P », équivalait à calculer le nombre total de cubes d'un prisme triangulaire. Et dans le cas particulier où $P = N$, cela me donnait un prisme à base carrée de hauteur, de largeur et de profondeur N . »

$N \times \Delta N = \text{nombre de blocs d'un prisme triangulaire à base carrée}$



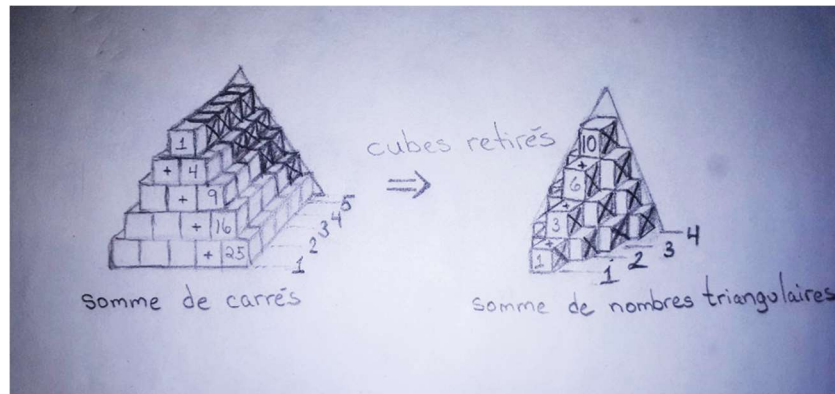
« Dès lors, j'ai fait un lien avec la table des multiplications que je te faisais apprendre par cœur pour l'école. En y traçant par exemple le carré de chaque nombre, soit sa multiplication par lui-même, je voyais apparaître indirectement une pyramide à base carrée classique, mais vue à vol d'oiseau et projetée dans le plan. Il en allait de même pour le prisme triangulaire si je faisais le traçage approprié. »



« Poursuivant alors avec cette idée de pyramide à base carrée, j'observais que je pouvais tronquer son sommet à partir d'une certaine couche N pour le remplacer en parfaite continuité par ce prisme triangulaire précédemment obtenu; un peu comme sur cette étrange image du dollar américain qui met en évidence l'intérêt voué par ses concepteurs à ce culte particulier de la construction des pyramides. Ce n'était pas un hasard. »



« Et par ce jeu de substitution du sommet, cela m'a ramené au fait que le prisme contenait en lui-même la partie tronquée de la pyramide à base carrée; il suffisait de lui retirer les quelques blocs nécessaires. »



« Chemin faisant, une formule pour calculer le nombre de blocs de ce sommet qui est lui-même une pyramide à base carrée se dessinait tout naturellement sous mes yeux; ou si préféré, une autre façon d'évaluer la fonction mathématique classique de la somme du carré des nombres allant de 0 jusqu'à N . En effet, les couches de blocs retirés du prisme permettaient de construire la suite exacte des nombres triangulaires allant de 0 jusqu'à $(N-1)$ me montrant que le nombre total de blocs dépendait de l'expression suivante :

Prisme triangulaire $N \times \Delta N$ - Somme de chaque nombre triangulaire jusqu'à $(N-1) =$

Pyramide à base carrée N associée $= \sum_{i=0}^N i^2$: i de 0 à N

Tout ce qu'il me restait à faire, c'était de trouver une façon d'évaluer plus simplement cette somme de nombres triangulaires. Ce que je fis encore une fois avec les mêmes principes, simplifiant à nouveau le nombre d'opérations nécessaires et ajoutant cette formule programmable dans le chiffrier comme outil de calcul. »

Tout d'abord, il m'a fallu me rappeler les définitions initiales du nombre naturel N et de son nombre triangulaire en observant la construction récursive subséquente telle que chaque nouvelle étape ou nouvelle définition dépend de la précédente; un peu comme si tu ne pouvais pas passer à un autre stade de ta vie sans au préalable avoir complété ou construit correctement le précédent. Le principe des bonnes fondations...

$$N = \sum_{i=0}^{N-1} 1 = 1 + 1 + \dots + 1 = \sum_{i=0}^{N-1} 1$$

et

$$\Delta N = \sum_{i=0}^N i = 1 + 2 + 3 + \dots + N = \sum_{i=0}^N i$$

Sans élaborer sur les liens à faire et laissant entrevoir une possible généralisation, j'ai posé par extension deux nouvelles définitions avec leur notation associée qui m'étaient utiles pour la suite mais qui pouvaient être modifiées au besoin :

Le nombre « quadriangulaire » de N est la somme des carrés de chaque nombre allant de 0 jusqu'à N tel que

$$\square N = + (i^2) : i \text{ de } 0 \text{ à } N = 0^2 + 1^2 + 2^2 + \dots + N^2 = \sum_0^N (i \times i)$$

et la somme triangulaire de N est la somme des nombres triangulaires de 0 jusqu'à N tel que

$$S\Delta N = + (\Delta i) : i \text{ de } 0 \text{ à } N = \Delta 0 + \Delta 1 + \Delta 2 + \dots + \Delta N = \sum_0^N \Delta i$$

Il est important de bien saisir les différences dans ces définitions et leurs implications intuitives lors de la manipulation de leur notation :

$$S\Delta N = + (\Delta i) : i \text{ de } 0 \text{ à } N \neq \Delta(\Delta N) = + (i) : i \text{ de } 0 \text{ à } \Delta N \neq S\Delta(\Delta N) = + (\Delta i) : i \text{ de } 0 \text{ à } \Delta N$$

Ceci dit, grâce à ces définitions, je pouvais réécrire la formule trouvée précédemment pour calculer le nombre de blocs d'une pyramide classique à base carrée, elle prenait la forme simple suivante :

$$\square N = N \times \Delta N - S\Delta(N-1)$$

De par la définition de la somme triangulaire, je savais que :

$$S\Delta(N-1) = S\Delta N - \Delta N$$

Et en remplaçant dans la formule,

$$\square N = N \times \Delta N - (S\Delta N - \Delta N) = N \times \Delta N + \Delta N - S\Delta N$$

cela me permettait de ramener visuellement la somme triangulaire au nombre N :

$$\square N = (N + 1) \times \Delta N - S\Delta N$$

Et comme je connaissais la formule pour ΔN , il me restait qu'à trouver, si je le pouvais, une expression pour $S\Delta N$ suivant une approche similaire. Pour y arriver, j'ai d'abord noté après maints tâtonnements des définitions une propriété de décomposition générale essentielle qui faisait en sorte que pour deux nombres naturels j et k donnés, j'observais que

$$S\Delta(k+j) - S\Delta(k) = [+ (\Delta i) : i \text{ de } 0 \text{ à } (k+j)] - [+ (\Delta i) : i \text{ de } 0 \text{ à } k]$$

$$= + (\Delta i) : i \text{ de } (k+1) \text{ à } (k+j)$$

$$= \Delta(k+1) + \Delta(k+2) + \dots + \Delta(k+j)$$

$$= j \times \Delta k + k \times \Delta j + S\Delta j$$

Ensuite, en partant de n'importe lequel nombre naturel $N = N_0^k = a_k a_{(k-1)} a_{(k-2)} \dots a_1 a_0 : a_k \neq 0 \text{ et } 0 \leq a_i \leq 9$, j'avais par définition que

$$S\Delta N = + (\Delta i) : i \text{ de } 0 \text{ à } N$$

$$= \Delta(0) + \Delta(1) + \dots + \Delta(N-1) + \Delta(N)$$

$$= [\Delta(0) + \dots + \Delta(a_0)] + [\Delta(a_0 + 1) + \dots + \Delta(a_1 a_0)] + [\Delta(a_1 a_0 + 1) + \dots + \Delta(a_2 a_1 a_0)] + \dots$$

$$+ [\Delta(a_{(k-1)} a_{(k-2)} \dots a_1 a_0 + 1) + \dots + \Delta(a_k a_{(k-1)} a_{(k-2)} \dots a_1 a_0)]$$

$$= [+ (\Delta i) : i \text{ de } 0 \text{ à } a_0] + [+ (\Delta i) : i \text{ de } (a_0 + 1) \text{ à } (a_1 a_0)] + [+ (\Delta i) : i \text{ de } (a_1 a_0 + 1) \text{ à } (a_2 a_1 a_0)]$$

$$+ \dots$$

$$+ [+ (\Delta i) : i \text{ de } (a_{(k-1)} a_{(k-2)} \dots a_1 a_0 + 1) \text{ à } (a_k a_{(k-1)} a_{(k-2)} \dots a_1 a_0)]$$

En se rappelant la notation développée pour désigner les nombres formés par certaines sous-suites des chiffres de N , cette somme se simplifiait à l'écriture par

$$\begin{aligned}
&= [+ (\Delta i) : i \text{ de } 0 \text{ à } N^0_0] + [+ (\Delta i) : i \text{ de } (N^0_0+1) \text{ à } N^1_0] + [+ (\Delta i) : i \text{ de } (N^1_0+1) \text{ à } N^2_0] \\
&+ \dots \\
&+ [+ (\Delta i) : i \text{ de } (N^{k-1}_0+1) \text{ à } N^k_0]
\end{aligned}$$

En appliquant ensuite la propriété $N^i_0 = a_i a_{(i-1)} a_{(i-2)} \dots a_1 a_0 = a_{(i-1)} a_{(i-2)} \dots a_1 a_0 + a_i 00 \dots 0 = N^{i-1}_0 + N^0_i$, je pouvais réécrire le tout de la façon suivante

$$\begin{aligned}
&= [+ (\Delta i) : i \text{ de } 0 \text{ à } N^0_0] \\
&+ [+ (\Delta i) : i \text{ de } (N^0_0+1) \text{ à } (N^0_0 + N^0_1)] \\
&+ [+ (\Delta i) : i \text{ de } (N^1_0+1) \text{ à } (N^1_0 + N^0_2)] \\
&+ \dots \\
&+ [+ (\Delta i) : i \text{ de } (N^{k-1}_0+1) \text{ à } (N^{k-1}_0 + N^0_k)]
\end{aligned}$$

J'obtenais alors la formulation adéquate pour appliquer la propriété $+ (\Delta i) : i \text{ de } (k+1) \text{ à } (k+j) = j \times \Delta k + k \times \Delta j + S\Delta j$ et réécrire chaque élément tel que

$$\begin{aligned}
&= S\Delta N^0_0 \text{ (par définition de la somme triangulaire)} \\
&+ [N^0_1 \times \Delta N^0_0 + N^0_0 \times \Delta N^0_1 + S\Delta N^0_1] \\
&+ [N^0_2 \times \Delta N^1_0 + N^1_0 \times \Delta N^0_2 + S\Delta N^0_2] \\
&+ \dots \\
&+ [N^0_k \times \Delta N^{k-1}_0 + N^{k-1}_0 \times \Delta N^0_k + S\Delta N^0_k]
\end{aligned}$$

En regroupant alors les termes de la même forme, j'obtenais que

$$\begin{aligned}
&= S\Delta N^0_0 \\
&+ [N^0_1 \times \Delta N^0_0 + N^0_2 \times \Delta N^1_0 + \dots + N^0_k \times \Delta N^{k-1}_0] \\
&+ [N^0_0 \times \Delta N^0_1 + N^1_0 \times \Delta N^0_2 + \dots + N^{k-1}_0 \times \Delta N^0_k] \\
&+ [S\Delta N^0_1 + S\Delta N^0_2 + \dots + S\Delta N^0_k]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= S\Delta N^0_0 \\
&+ [+ (N^0_i \times \Delta N^{i-1}_0) : i \text{ de } 1 \text{ à } k] \\
&+ [+ (N^{i-1}_0 \times \Delta N^0_i) : i \text{ de } 1 \text{ à } k] \\
&+ [+ (S\Delta N^0_i) : i \text{ de } 1 \text{ à } k] \\
\\
&= S\Delta N^0_0 + [+ (N^0_i \times \Delta N^{i-1}_0 + N^{i-1}_0 \times \Delta N^0_i + S\Delta N^0_i) : i \text{ de } 1 \text{ à } k]
\end{aligned}$$

En posant convivialement que $N^{-1}_0 = \Delta N^{-1}_0 = 0$; possible en raison de la limite fixée des définitions de la notation développée, cela me permettait de condenser davantage en une somme générale telle que :

$$S\Delta N = + (N^0_i \times \Delta N^{i-1}_0 + N^{i-1}_0 \times \Delta N^0_i + S\Delta N^0_i) : i \text{ de } 0 \text{ à } k : N^{-1}_0 = \Delta N^{-1}_0 = 0$$

La difficulté était maintenant de trouver une expression simplifiée pour calculer $S\Delta N^0_i = S\Delta(a_i \times 10^i)$. J'ai alors utilisé la définition pour obtenir la décomposition suivante :

$$S\Delta(a_i \times 10^i) = S\Delta(1 \times 10^i) + [+ (\Delta i) : i \text{ de } (10^i + 1) \text{ à } (a_i \times 10^i)]$$

Et en procédant d'abord pour $i = 1$, ensuite $i = 2$ et en jouant avec la propriété $S\Delta(k+j) - S\Delta(k)$ ainsi que la formule $\Delta(a_i \times 10^i) = a_i \times \Delta 10^i + \Delta(a_i - 1) \times 10^{2 \times i}$, j'ai réussi à dégager un schéma répétitif que j'ai pu généraliser pour n'importe lequel indice i suivant la formule générale suivante :

$$S\Delta N^0_i = [N^i_i \times S\Delta 10^i + N^0_i \times (N^i_i - 1) \times \Delta 10^i + S\Delta(N^i_i - 2) \times 10^{3 \times i}] : S\Delta(-1) = S\Delta(-2) = 0$$

Dès lors, en regroupant le tout, mon objectif avait été atteint, j'avais une formule programmable qui me permettait de calculer n'importe laquelle somme triangulaire à partir de valeurs plus simples connues ou facilement calculables :

$$\begin{aligned}
S\Delta N = &+ (N^0_i \times \Delta N^{i-1}_0 + N^{i-1}_0 \times \Delta N^0_i + N^0_i \times (N^i_i - 1) \times \Delta 10^i + N^i_i \times S\Delta 10^i + S\Delta(N^i_i - 2) \times 10^{3 \times i}) \\
&: i \text{ de } 0 \text{ à } k : N^{-1}_0 = \Delta N^{-1}_0 = S\Delta(-1) = S\Delta(-2) = 0
\end{aligned}$$

Et pour obtenir son plein potentiel d'utilisation pour n'importe lequel nombre naturel N donné; tout repose sur la capacité à connaître chaque $S\Delta 10^i$, soit les sommes triangulaires des puissances i de 10. Tu n'as pas le choix. Mais le truc ici, c'est qu'il suffit de connaître $S\Delta 10$ pour être en mesure de trouver successivement toutes les autres valeurs jusqu'à l'horizon prédictif souhaité, c'est-à-dire la puissance k visée.

Observe bien la progression. En calculant à la main la valeur de $S\Delta 10$, je trouve par le fait même les 10 premières sommes de nombres triangulaires et en particulier, celles qui s'expriment dans la formule sous la forme $S\Delta(N^k_k - 2)$. Ceci fait, j'ai maintenant accès à toutes les sommes triangulaires de la forme $S\Delta N^1_0$; c'est-à-dire toutes les sommes associées aux nombres naturels à deux chiffres $N = a_1a_0$ avec le cas particulier $S\Delta(99)$. Mais par définition $S\Delta(100) = S\Delta(99) + \Delta(100)$ et comme je sais calculer $\Delta(100)$ par la formule des nombres triangulaires trouvée ou encore, par sa formulation répétitive observée à l'écriture, je peux facilement obtenir $S\Delta(100)$.

Ceci fait, j'ai maintenant accès à $S\Delta N^2_0$ me permettant de calculer la somme triangulaire de tous les nombres naturels à trois chiffres $N = a_2a_1a_0$ et donc $S\Delta(999)$. Et en suivant le même raisonnement, je connais la valeur de $S\Delta(1000)$ me donnant accès à $S\Delta N^3_0$ et ainsi de suite, le processus pouvant se poursuivre jusqu'à l'horizon prédictif « k » de calcul souhaité. Horizon que je t'ai exprimé dans le chiffrier en mentionnant la limite de calcul programmée.

Mais cette logique de construction par étapes successives montrée précédemment peut-être visualisée en transformant la formule grâce à la notation développée. Il suffit de sortir l'indice k des termes de la somme, ce qui expose le schéma de formule à répéter pour chaque indice inférieur à k et de réaliser par définition que la somme restante correspond à la somme triangulaire de la sous-suite associée $N^{(k-1)}_0$.

Soit $S\Delta N = + (N^0_i \times \Delta N^{i-1}_0 + N^{i-1}_0 \times \Delta N^0_i + S\Delta N^0_i) : i \text{ de } 0 \text{ à } k : N^{-1}_0 = \Delta N^{-1}_0 = 0$ et en sortant les termes de la sommation pour l'indice k, la formule s'exprime alors de la façon suivante :

$$S\Delta N = S\Delta N^k_0 = [S\Delta N^{(k-1)}_0 + (N^0_k \times \Delta N^{k-1}_0 + N^{k-1}_0 \times \Delta N^0_k + S\Delta N^0_k)] : N^{-1}_0 = \Delta N^{-1}_0 = 0$$



Calculable pour tout nombre $N^{(k-1)}_0$ grâce
à des calculs précédents



Calculable parce que l'on sait trouver
 $S\Delta 10^k = S\Delta N^{(k-1)}_0 + \Delta 10^k = S\Delta(10^k - 1) + \Delta 10^k$

sachant que

$$S\Delta N^0_k = [N^k_k \times S\Delta 10^k + N^0_k \times (N^k_k - 1) \times \Delta 10^k + S\Delta(N^k_k - 2) \times 10^{3 \times k}] : S\Delta(-1) = S\Delta(-2) = 0$$

L'idée est de garder en mémoire dans une charte les sommes triangulaires de puissances 10 une fois qu'elles ont été calculées pour pouvoir faire tous les autres calculs des nombres N appartenant à une puissance inférieure ou égale à « k » visée.

Sauf que ceci n'est en réalité pas nécessaire puisqu'un schéma d'écriture répétitif qui dépend seulement de l'indice i de la puissance de 10 est à nouveau observable une fois que tu as entamé le processus de calcul; comme ce fut le cas pour les nombres triangulaires associés tel que $\Delta 10^i = 5(0 \text{ répété } i-1 \text{ fois})5(0 \text{ répété } i-1 \text{ fois})$ pour $i \geq 1$.

Dans le cas présent, pour $i \geq 1$ j'ai observé que $S\Delta(10^i - 1) = 1(6 \text{ répété } 2i-1 \text{ fois})(5 \times 10^{i-1})$; ce qui se traduisait par le fait que pour $i = 1$, $S\Delta(9) = 165$; pour $i = 2$, $S\Delta(99) = 166650$; pour $i = 3$, $S\Delta(999) = 166666500$; etc.

En combinant les deux schémas répétitifs de par la propriété $S\Delta 10^i = S\Delta(10^i - 1) + \Delta 10^i$, j'obtenais alors que pour $i \geq 2$; $S\Delta 10^i = 1(6 \text{ répété } i-2 \text{ fois})71(6 \text{ répété } i-2 \text{ fois})7 \times 10^i$ faisant en sorte que pour $i = 2$, $S\Delta 100 = 171700$; pour $i = 3$, $S\Delta 1000 = 167167000$; pour $i = 4$, $S\Delta 10000 = 166716670000$ et ainsi de suite.

Cette observation n'était pas anodine, j'avais obtenu une formulation générale pour exprimer n'importe laquelle somme triangulaire d'une quelconque puissance de 10. Et un travail plus élaboré de notation en lien avec la concaténation m'aurait permis de remplacer $\Delta 10^i$ et $S\Delta 10^i$ dans la formule par des expressions écrites plus concises que celles exprimées précédemment en fonction de l'indice i afin de mettre davantage en lumière le fait que la somme triangulaire finalement, dépend que du calcul de certains nombres triangulaires de sous-suites associées du nombre N , ce qui est plutôt intéressant. En effet, c'est comme si tout nombre naturel contient dans sa forme, l'information nécessaire pour calculer son nombre triangulaire, sa somme triangulaire, son nombre quadriangulaire et ainsi de suite?

En terminant, je vais reprendre l'exemple de $N = 123$ afin de déterminer $S\Delta(123)$ et $\square 123$ en ayant au préalable calculé les valeurs suivantes :

i	≤ 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	23	100
Δi	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	210	276	5050
$S\Delta i$	0	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220	1540	2300	171700

J'ai donc que la formule générale pour $k = 2$ se développe ainsi :

$$\begin{aligned}
S\Delta N^2_0 &= (N^0_0 \times \Delta N^{-1}_0 + N^{-1}_0 \times \Delta N^0_0 + N^0_0 \times (N^0_0 - 1) \times \Delta 10^0 + N^0_0 \times S\Delta 10^0 + S\Delta(N^0_0 - 2) \times 10^{3 \times 0}) \\
&+ (N^0_1 \times \Delta N^0_0 + N^0_0 \times \Delta N^0_1 + N^0_1 \times (N^1_1 - 1) \times \Delta 10^1 + N^1_1 \times S\Delta 10^1 + S\Delta(N^1_1 - 2) \times 10^{3 \times 1}) \\
&+ (N^0_2 \times \Delta N^1_0 + N^1_0 \times \Delta N^0_2 + N^0_2 \times (N^2_2 - 1) \times \Delta 10^2 + N^2_2 \times S\Delta 10^2 + S\Delta(N^2_2 - 2) \times 10^{3 \times 2}) \\
\\
&= (N^0_0 \times 0 + 0 \times \Delta N^0_0 + N^0_0 \times (N^0_0 - 1) \times \Delta 1 + N^0_0 \times S\Delta 1 + S\Delta(N^0_0 - 2) \times 1) \\
&+ (N^0_1 \times \Delta N^0_0 + N^0_0 \times \Delta N^0_1 + N^0_1 \times (N^1_1 - 1) \times \Delta 10 + N^1_1 \times S\Delta 10 + S\Delta(N^1_1 - 2) \times 10^3) \\
&+ (N^0_2 \times \Delta N^1_0 + N^1_0 \times \Delta N^0_2 + N^0_2 \times (N^2_2 - 1) \times \Delta 100 + N^2_2 \times S\Delta 100 + S\Delta(N^2_2 - 2) \times 10^6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S\Delta(123)^2_0 &= (0 + 0 + 3 \times (3 - 1) \times 1 + 3 \times 1 + S\Delta(3 - 2) \times 1) \\
&+ (20 \times \Delta 3 + 3 \times \Delta 20 + 20 \times (2 - 1) \times 55 + 2 \times 220 + S\Delta(2 - 2) \times 10^3) \\
&+ (100 \times \Delta 23 + 23 \times \Delta 100 + 100 \times (1 - 1) \times 5050 + 1 \times 171700 + S\Delta(2 - 2) \times 10^6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S\Delta(123)^2_0 &= (3 \times 2 \times 1 + 3 + 1) \\
&+ (20 \times 6 + 3 \times 210 + 20 \times 1 \times 55 + 440 + 0) \\
&+ (100 \times 276 + 23 \times 5050 + 0 + 171700 + 0)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S\Delta(123)^2_0 &= 10 \\
&+ 2\,290 \\
&+ 315\,450
\end{aligned}$$

$$S\Delta(123)^2_0 = 317\,750 \text{ blocs unitaires nécessaires}$$

Et finalement, je peux calculer le nombre quadriangulaire de 123 ou la somme du carré des nombres naturels allant de 0 jusqu' à 123 telle que

$$\square N = (N + 1) \times \Delta N - S\Delta N$$

$$\square 123 = (123 + 1) \times 7626 - 317\,750 = 945\,624 - 317\,750$$

$$\square 123 = 627\,874 \text{ blocs unitaires nécessaires pour construire la pyramide } \square$$

« Donc je savais maintenant calculer sur papier ou informatiquement le nombre de blocs que ça me prend pour construire une pyramide à base carrée, ce qui est un bon début. Cependant, je fais comment si je veux les empiler les uns par-dessus les autres alors que chacun de ces blocs pèse plus d'une tonne?

Il y a par conséquent dans ce travail un questionnement fondamental et d'autres liens à explorer qui, peu importe l'attitude de désintéressement qu'ils pouvaient susciter par la suite, même chez toi, me permettait encore une fois de te montrer ce qu'implique une réponse rigoureuse et transparente qui vient du cœur pour simplement savoir; alors que la partie la plus difficile et la plus longue était cette synthèse pour te le communiquer clairement.

Qui plus est, j'avais joint l'utile à l'agréable en répondant à la question classique du : « Ouais mais ça sert à quoi? » En effet, à l'époque où vous n'étiez encore pratiquement que des bébés et sur la base d'un besoin public apparemment souhaité, j'essayais vainement de proposer aux représentants de la société une alternative aux barrières pyramidales de sacs de sable lors d'inondations. Or l'outil de calcul développé avec le chiffrier est essentiellement cette base informatique que j'espérais mettre en place pour simplifier la planification des achats du client en fonction de leur besoin en sacs hydrogels. Ce qui m'aurait permis de remplacer par un calcul automatisé les formules que je proposais sur le site web de la compagnie.

Mais comme je n'étais pas membre de ce grand club de bâtisseurs de pyramides et que mon âme n'était pas à vendre pour en faire partie, nous avons souffert familialement les conséquences de ce contrôle des institutions par l'hypocrisie et le mensonge qui me faisait dépenser naïvement et inutilement mon énergie sous pression et en mode survie pour essayer de me générer un revenu et améliorer notre sort.

Ce que j'ai davantage validé et documenté quelques années plus tard, à travers cette expérience comme travailleur à la ville de Montréal; et en particulier, celle d'agent de bureau aux ressources humaines, m'offrant cet accès privilégié tant recherché pour observer de l'intérieur toute cette corruption, cette inefficacité et cette fraude financière mondialement perpétrée derrière nos services municipaux et gouvernementaux contrôlés par cet état d'esprit de voleurs et de menteurs qui par copinage, utilisent le traumatisme psychologique suivant toutes les formes de crises imaginables pour maintenir leur emprise sur le silence complice de leurs collègues et sur ce blanchiment d'argent public vers leurs poches. Ils utilisent alors tout un arsenal de beaux mots juridiques, politiques et médiatiques d'inclusivité discriminatoire de « mesures d'urgences » ou de « changement du climat » afin de terrifier et détourner l'attention sur les impacts de leurs crimes et de leur évidente et incroyable mauvaise gestion depuis des années; ce que je subissais alors quotidiennement dans mon travail.

Et bien entendu, toi et ta sœur deviez l'avoir intégré à ce stade, tout ceci faisait partie encore une fois de la même et unique démonstration. Si j'avais été déterminé à trouver la réponse pour cette simple question d'école primaire, vous alliez découvrir en temps réel ma détermination à répondre à celle de ma liberté, de la vôtre et de l'exécution de la justice en ce monde contre ce que je savais également être le nombre triangulaire d'un système mené par la corruptibilité et ses crapules. »